**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра АМ**

отчет

**по домашнему заданию №1**

**по дисциплине «Элементы функционального анализа»**

Тема: Многоугольники и нормы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 8383 |  | Гречко В.Д. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2021

**Постановка задачи.**

*Вариант 5*

Вершины заданы в первом октанте:

Проверить неравенство треугольника для векторов ) и

Найти наибольшее и наименьшее значение евклидовой нормы на

векторах, имеющих норму 1 в норме, порожденной многогранником.

**Выполнение работы.**

*Построение многогранника.*

Трижды симметрично отразим заданные точки относительно координатных плоскостей. Получили замкнутую, симметричную относительно координатных плоскостей поверхность .

Многогранник 𝑊 должен быть выпуклым, но точки и оказываются «вдавленными» в многогранник (и их отражения). Ордината и аппликата должны быть больше или равны чем ординаты и аппликаты других точек, поэтому имеет место следующая замена: .

Полученный многогранник представлен на рисунке 1.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

*Рисунок 1 – выпуклый многогранник 𝑊*

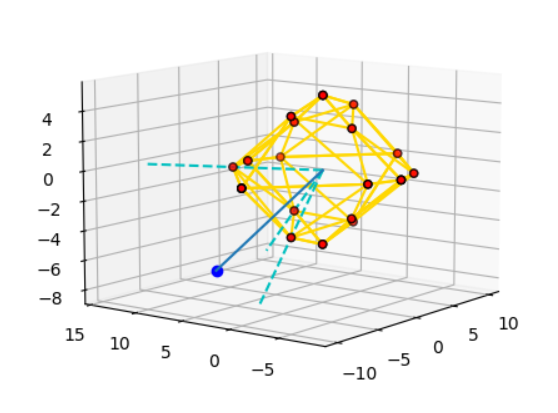
*Вычисление нормы и проверка неравенства треугольника для заданных векторов.*

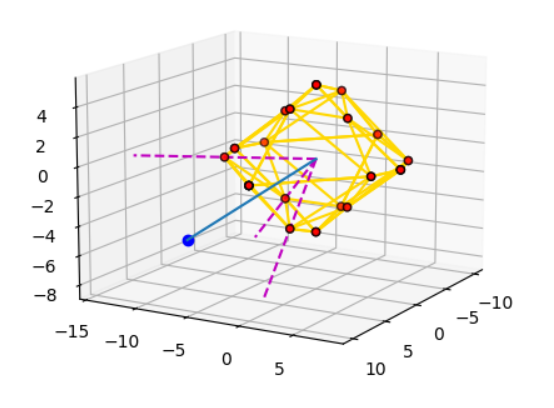
Рассмотрим угол 𝑂𝐴𝐵𝐻, в октанте, в котором находится точка . Построим биортогональный базис для :

Тогда вектор 𝑂𝑃 можно разложить по базису 𝑂𝐴, 𝑂𝐵, 𝑂𝐻 как , где .

И норма.

Описанным образом найдем нормы векторов:

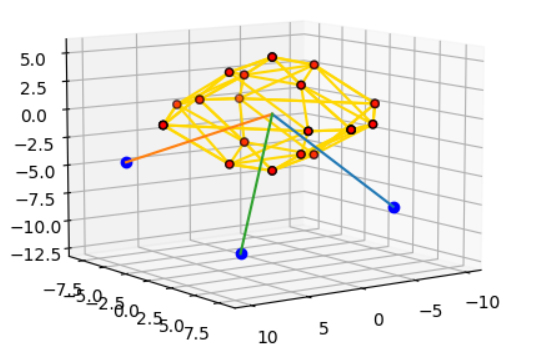




Для проверки неравенства треугольника найдем вектор , его коэффициенты разложения и норму:

Сравним:

*,* т. е. неравенство треугольника выполняется.

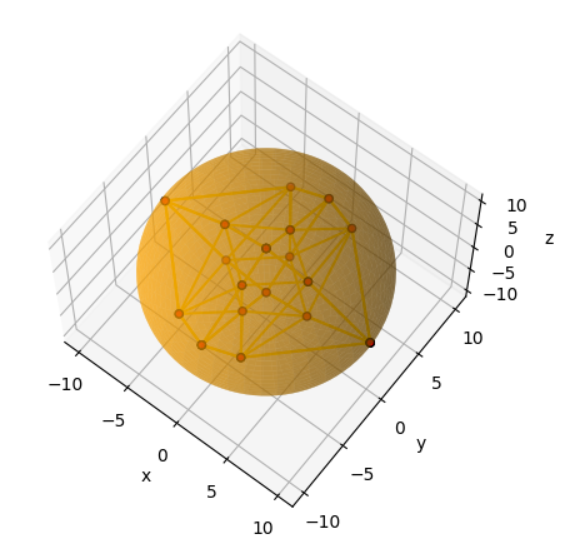


*Поиск наибольших и наименьших значений евклидовой нормы на векторах, имеющих норму 1 в норме, порожденной многогранником.*

Евклидова норма вектора рассчитывается по формуле .

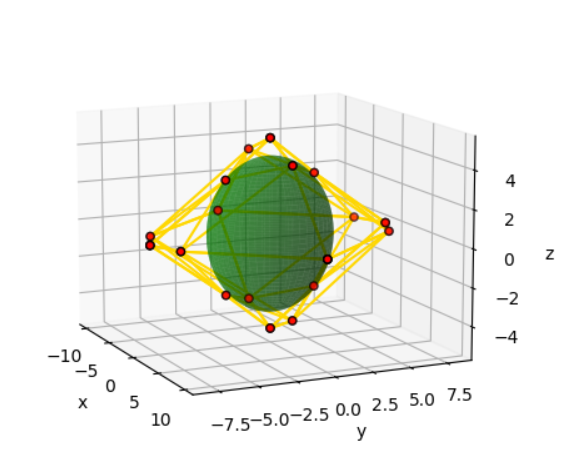
Наибольшая евклидова нормa:

Видно, что поверхность многогранника касается сферы, что свидетельствует о правильности найденного решения:



Для нахождения минимума евклидовой нормы нужно построить нормали к плоскостям, образующим грани многогранника. Проведем вычисления для каждой из граней, лежащих в первом октанте. Получим:

Сфера с радиусом и центром в начале координат:



**Дополнение к ДЗ**

Эквивалентность норм:

Так как – минимальное, а – максимальное значение евклидовой нормы на векторах, имеющих норму 1 в норме, порожденной многогранником, то имеем соотношения:

Тогда эквивалентность норм можно записать так:

Норма линейного оператора

Сначала определим матрицу B такую, что

Матрицу можно построить по формуле:

Здесь – матрицы поворота, – диагональная матрица, на диагонали которой стоят числа . Определим матрицы:

Собственные числа B:

Теперь составим матрицу оператора

Норма

Норма

Норма

Итерационное уравнение

Посчитаем таким образом последовательность до

Последовательность сходится к вектору